## 基础课25 正弦定理与余弦定理

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 在中，角，，的对边分别为，，，若，则的大小为（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]由题意知，，

， .故选.

2. 在中，若 ，，且的面积为，则外接圆的半径为（ C ）.

A. B. C. 2 D. 4

[解析]由题意知，，解得，

由余弦定理得，故.

设 外接圆的半径为，

由正弦定理得，故.故选.

3. （改编）在中，角，，的对边分别为，，，若，，且，则（ C ）.

A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

[解析]由余弦定理得，又， 由正弦定理可得，即，即.

又，，解得（负值舍去）.故选.

4. 在中，角，，所对的边分别为，，，且，，则的值为（ D ）.

A. B. C. 2 D.

[解析]由，，得，

，则.

由，得，，

.故选.

5. 在中，角，，的对边分别为，，，若，，则的形状为（ C ）.

A. 直角三角形 B. 等腰非等边三角形

C. 等边三角形 D. 钝角三角形

[解析]，，.

又，

，.

，，是等边三角形.故选.

6. （改编）已知的内角，，的对边分别为，，，且，，，则（ D ）.

A. B. 或 C. D.

[解析]， 由正弦定理可得.又，.由，可得，,.

，， 由正弦定理可得， 由，可得.故选.

7. （改编）设在中，角，，所对的边分别为，，，若满足,,的不唯一，则实数的取值范围为（ A ）.

A. ， B. C. , D. ,

[解析]由正弦定理，即，得.

因为 不唯一，即 有两解，所以 且，即，

所以，所以，即.故选.

8. 秦九韶是我国南宋数学家，其著作《数书九章》中的大衍求一术、三斜求积术和秦九韶算法是具有世界意义的重要贡献.秦九韶把三角形的三条边分别称为小斜、中斜和大斜，三斜求积术即已知三边长求三角形面积的方法，用公式表示如下：，其中,,是的内角,,的对边.已知在中，，，则面积的最大值为（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]，，

，

即，

即，又,且，

，.

，，

则，即，，

，

当 时，.故选.

#### 综合提升练

9. （多选题）在中，角，，的对边分别为,,，且满足，则下列结论可能成立的是（ AD ）.

A. B. C. D.

[解析]因为，

所以，

所以，即，

所以 或 因为 ，所以 或.故选.

10. （多选题）在中,角,,所对的边分别为，，，则下列结论正确的是（ ABC ）.

A. 若，则为等边三角形

B. 若，则

C. 若，，，则最小内角的度数为

D. 若， ，，则此三角形有两解

[解析]对于,若，则，即，即，即 是等边三角形，故 正确.

对于,由，可得，

则.因为 ,所以 ，故 正确.

对于,因为，，，所以，所以，所以,因为 ，所以 ，故 正确.

对于，因为, ,，，所以，解得.因为，所以，所以三角形只有一解，故 错误.故选.

11. 在中，角，，的对边分别为，，，满足，，则  .

[解析]，,

由正弦定理得.

，,，

则.

12. （双空题）在中，角,,所对的边分别为,,，已知,.

① 的值为6；

[解析]由，得，

由正弦定理得，即.

② 若，则的取值范围是  .

[解析]由余弦定理，，

结合①得，

所以，

所以，

即.

因为，所以，，

所以，即.

#### 应用情境练

13. 我国南宋著名数学家秦九韶在他的著作《数书九章》卷五“田域类”里记载了这样一个题目：“今有沙田一段，有三斜，其小斜一十三里，中斜一十四里，大斜一十五里,里法三百步,欲知为田几何.”这道题讲的是有一块三角形的沙田，三边长分别为13里，14里，15里，假设1里按500米计算，则该沙田的面积为21平方千米.

[解析]设在 中，里，里，里，

所以，所以，故 的面积为（平方千米）.

14. 在中，角，，的对边分别为，，.从下面①②③中选取两个作为条件，证明另外一个成立.

；；.

注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分.

[解析]选①②作条件，③为结论:

由②得，而，

所以，即，

根据辅助角公式可得， ，

所以，则，

由①知，代入可得，所以，

由正弦定理得.

选①③作条件，②为结论：

由③得，又由①知，

所以，则，

所以， ，所以，

由，

得，又 ,且,所以，所以，

所以.

选②③作条件，①为结论：

由②得，而，

所以，即，

根据辅助角公式可得，又 ,所以，

由③知，

所以，又 且,所以，所以，

所以,，则，，

即.

#### 创新拓展练

15. 在中，角，，的对边分别为，，，若，，，则2.

[解析]由 及正弦定理，可得.因为，所以.因为，所以，又 ,所以.由余弦定理得，即，又，所以.

16. 的内角，，的对边分别为，，.已知.

（1）求角；

（2）若为锐角三角形，且的面积为，求的取值范围.

[解析]（1）因为，所以，

所以，

又，所以，

因为，所以.

（2）由（1）可知，，

则.

由 为锐角三角形，得 整理得.

因为，所以.

令，因为函数 在,上单调递减，在 上单调递增，所以,，即,，

故 的取值范围为,.